Der Vanoise Express: Schwingungen und Seilwellen

Aufgaben

Der Vanoise Express (Material 1) ist eine Seilbahn, die die Skigebiete La Plagne und Les Arcs in Frankreich mit Gondeln verbindet. Die Tragseile überspannen auf einer Länge von 1830 m das Vallée du Panthurin ohne Stützpfeiler. Die beiden Stationen befinden sich auf fast gleicher Höhe weit oberhalb der Talsohle. In Material 2 sind einige der vor der Entwicklung festgelegten Anforderungen an die Bahn notiert. Im Folgenden sollen in stark vereinfachter Form verschiedene physikalische Phänomene betrachtet werden, die während des Betriebs der Seilbahn auftreten können.

1.1 Testläufe haben ergeben, dass zum Ein- und Aussteigen eine Zeit von insgesamt 2 Minuten nötig ist. Berechnen Sie mit dieser Information sowie den Vorgaben A und B aus Material 2 die Anzahl der pro Stunde möglichen Fahrten jeder Gondel pro Richtung und ermitteln Sie damit die nötige Personenzahl pro Gondel.
[zur Kontrolle: 200 Personen]

(3 BE)

1.2 Während der Entwicklungsphase der Seilbahn tauchten verschiedene Herausforderungen auf. Zeigen Sie unter Verwendung einer sinnvollen Abschätzung der Masse von skifahrenden erwachsenen Personen samt Ausrüstung sowie des Ergebnisses von Aufgabe 1.1, dass es mit einem Konstruktionsentwurf, welcher eine Gesamtleermasse von 15 Tonnen für die Gondel mit Aufhängung vorsieht, nicht immer möglich ist, die Vorgaben A bis C aus Material 2 einzuhalten. Geben Sie zwei voneinander unabhängige Lösungsvorschläge zur Behebung dieses Problems an und begründen Sie diese.

(7 BE)

2 Nun wird nur die Gondel an ihrem Rollenfahrwerk betrachtet. Dabei soll das Rollenfahrwerk als fester Aufhängepunkt eines Fadenpendels angesehen werden. Die Gondel stellt die angehängte schwingende Masse dar. In Material 3 ist diese Vereinfachung mit den entsprechenden Bezeichnungen dargestellt. In dieser Vereinfachung wird die Masse der Gondel als punktförmig angenommen und die Masse der Aufhängung vernachlässigt.

2.1 Muss die Fahrt der Gondel abrupt gestoppt werden, so gerät die Gondel wie das in Material 3 dargestellte Fadenpendel parallel zur Fahrtrichtung in Schwingung. Dabei wird die Elongation, gegeben durch die Länge des Bogens der Schwingungsbewegung, mit s bezeichnet.
Zeigen Sie, dass der Betrag der rücktreibenden Kraft F_R für kleine Winkel mit der Formel
$F_R = s \cdot \frac{F_G}{l}$ berechnet werden kann.
Begründen Sie, dass dann eine harmonische Schwingung vorliegt.

(4 BE)

2.2 Zeigen Sie, dass für ein harmonisch und ungedämpft schwingendes Fadenpendel die Differenzialgleichung $\ddot{s}(t) + \frac{g}{l} \cdot s(t) = 0$ gilt.

Zeigen Sie, dass die Funktion $s(t) = \hat{s} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ mit $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ diese Differenzialgleichung löst.

(7 BE)

2.3 Berechnen Sie die Schwingungsdauer der Gondel unter den Annahmen, dass ihre gesamte Masse punktförmig ist und sich 6,5 m unterhalb des Aufhängepunkts befindet.
[zur Kontrolle: $T = 5{,}12\,\text{s}$]

(2 BE)

2.4 Um die Sicherheit zu erhöhen, sind Schwingungsdämpfer zwischen der Gondelaufhängung und dem Rollenfahrwerk eingebaut. Diese bremsen die freie Schwingung der Gondel ab.
Geben Sie das Zeit-Elongations-Gesetz einer exponentiell gedämpften Schwingung an.
Bestimmen Sie die Dämpfungskonstante so, dass die Amplitude der Gondelschwingung von $\hat{s}_0 = 1\,\text{m}$ bei $t_0 = 0\,\text{s}$ nach zwei Schwingungsdauern auf einen Wert von 10 cm fällt. Nehmen Sie dabei an, dass sich die Schwingungsdauer durch die Dämpfung nicht ändert.
Skizzieren Sie für diesen Fall das Zeit-Elongations-Diagramm im Bereich $0\,\text{s} \leq t \leq 2T$.

(7 BE)

2.5 Ermitteln Sie – bezogen auf den Betrag der Energie zu Beginn der Schwingung – unter Verwendung von Material 4 den prozentualen Anteil der Energie der schwingenden Gondel, die von den Schwingungsdämpfern umgewandelt wurde, wenn die Amplitude von 1 m auf 10 cm gesunken ist.

(3 BE)

3 In der folgenden Aufgabe werden die Tragseile der Bahn, auf der sich keine Gondeln befinden, näher betrachtet. Die Tragseile sind auf beiden Seiten fest eingespannt und stehen immer unter Spannung. Der durch das Eigengewicht der Seile verursachte leichte Durchhang der Seile soll vernachlässigt werden.

3.1 Auf gespannten Seilen können sich stehende Wellen ausbilden.
Geben Sie allgemein, unabhängig vom oben beschriebenen konkreten Anwendungsfall, die Bedingung für die Wellenlänge an, damit sich stehende Wellen auf Seilen mit fest eingespannten Enden ausbilden können.
Skizzieren Sie die Grundschwingung sowie die ersten beiden Oberschwingungen.
Erläutern Sie die Entstehung von Schwingungsknoten und -bäuchen bei stehenden Seilwellen.

(7 BE)

3.2 Berechnen Sie die Wellenlängen der Grundschwingung sowie der ersten beiden Oberschwingungen, die sich auf einem Tragseil des Vanoise Express ausbilden könnten.

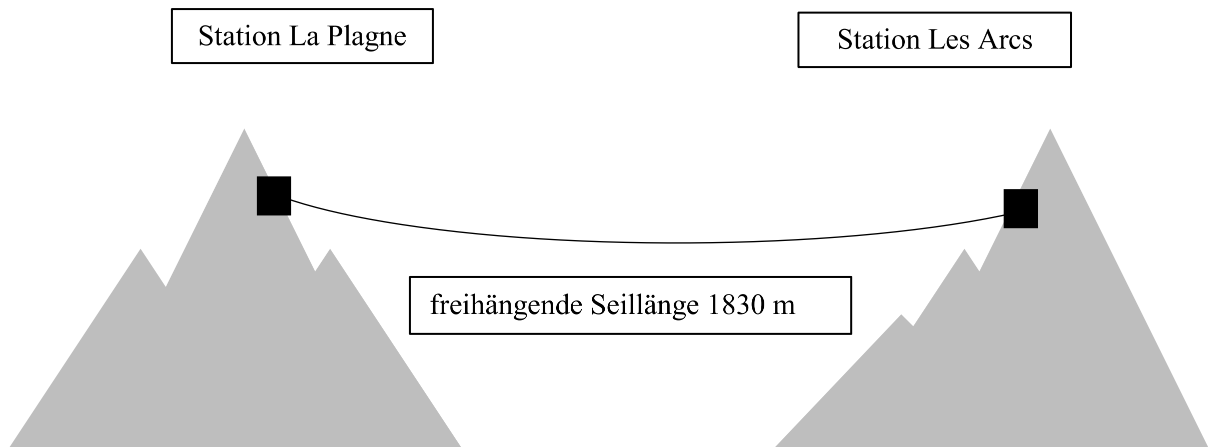
(4 BE)

3.3 Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen hängt von der Dichte und der Querschnittsfläche des Seils sowie der Kraft ab, mit der das Seil gespannt ist. Für die Tragseile des Vanoise Express ergibt eine Berechnung die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = 212\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Berechnen Sie mit diesem Wert die Frequenzen, die jeweils zur Ausbildung einer stehenden Welle in der Grundschwingung und den ersten beiden Oberschwingungen führen würden.
Beurteilen Sie, ob Windböen mit einer Frequenz von 2 Hz die Grundschwingung des Seils anregen können.

(6 BE)

Material 1

Der Vanoise Express





Die Gondeln fahren völlig unabhängig voneinander zwischen den beiden Stationen. Die Abbildung zeigt eine Gondel bei der Ankunft/Abfahrt.

URL: https://docplayer.fr/114206173-Etude-du-telepherique-vanoise-express.html (abgerufen am 17.04.2021, bearbeitet).

Material 2

Anforderungsprofil Vanoise Express

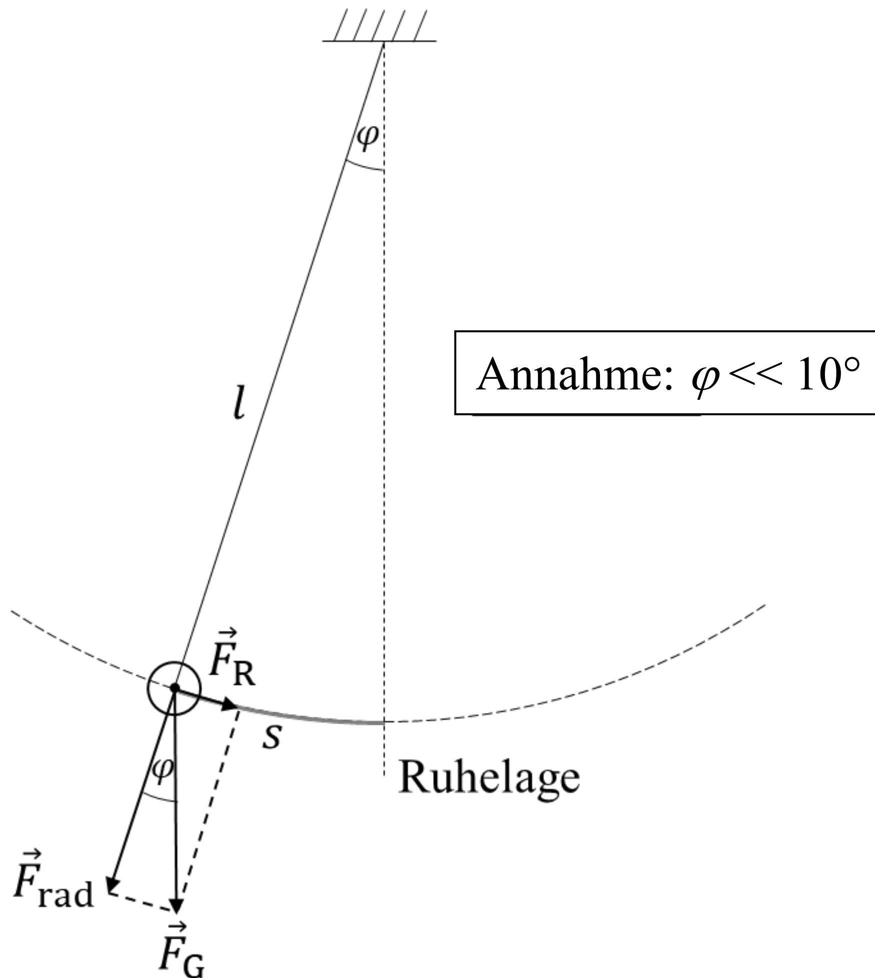
A: Transport der Passagiere in vier Minuten über eine Entfernung von 1830 m von einer Station zur anderen Station

B: Transport von mindestens 1000 Personen pro Stunde und pro Gondel in jede Richtung

C: Gewichtskraft jeder einzelnen Gondel mit Passagieren und Aufhängung (Rollenfahrwerk) höchstens $2{,}85 \cdot 10^5$ N (Tragfähigkeit der Seile)

Material 3

Fadenpendel als Modell der schwingenden Gondel



Material 4

Höhe der Masse eines 6,5 m langen Pendels über der Ruhelage bei verschiedenen Elongationen

Elongation s in m	Höhe über Ruhelage in cm
1,0	7,68
0,9	6,22
0,8	4,92
0,7	3,77
0,6	2,77
0,5	1,92
0,4	1,23
0,3	0,69
0,2	0,31
0,1	0,077